所得分布の研究

—マルコフ連鎖に関連して—

斎藤　正

マルコフの連鎖の理論は、従来、気体拡散のモデルとして物理学などに用いられてきたものである。しかし社会現象においても種々の変動の結果、ある一定の分布を形成するゆえ、社会現象の分布のある理論的模型を設計する際、この理論の応用が許されるであろう。本稿は特に所得分布の均衡的モデル設計へのマルコフ連鎖の利用について問題提起を試みたものである。

第一章　序説

所得分布の統計的測定に関しては、既に、わが国にても、多数の研究が試みられている。本稿で所得分布を取り扱うについて、所得階層間のたえざる変動を確率的に捉え、之が理論的な意味で、如何なる均衡的分布に落着くものであるかを計測する問題をとらえた。このため、特に、マルコフ連鎖（Markov Chain）に依る方法の理論的意味づけと、パレート曲線との関係づけに問題意識をおいた。

まず、所得分布の確率的接近の必要についてみるに、所得分布の測定は、租税の社会的原則としての『平等』の検討のために試みられるものである。特に、最近の経済政策の目標として、経済成長意識のみ強くあらわれ、貧富の懸隔が拡散するものか、収縮するものかについての反省が比較的閑却されている如き場合、分布変動の経済的効果の検討は重要な意味を有すると考えられる。もちろん、租税政策は税制において累進制をとり、配分において社会厚生の考慮もなされており、かかる政策における歴史的な考慮は見られるが将来、如何なる分布型に落ち着くかについて理論的に之を設定することは後述する如く充分意義を認めねばならない。

所得分布はたえず変動を繰返し、この原因については、種々研究が為されている。たとえば、個人所得については、経済的、社会的諸要因（経済活動における景気変動の影響、所得再配分政策、人口的要因）その他地理的要因、所得分布に至る時間的影響などがあげられ、(註1) 時間的経過と共に、或は上層へ、或は下層へ変動し、時には数段階とびこえて変動する場合も予想される。この結果、所得分布が形成されるのであるが、右の諸要因の多様な力を分析すると共に、所得間の変動経過を推進し、如何なる型になるものかを理論的に追及することは、経済政策目標設定への一つの指針を与えることになろう。

かかる分布変動の現象は経済現象においては多数考えられる。たとえば、ここで取扱う所得分布の他に、企業の集中傾向、人口移動に依る地域間の分散度、更に、之を拡張解釈して、産業間の人口移動の結果、生ずべき産業人口分布型の如きは同一問題として考察し得よう。

このような分布変動を確率的に捉えるために、(註2) マルコフ連鎖による方法を用いる。このマルコフ連鎖の経済変動への応用の可能性は、フェーラーその他の論文により予想していたのであるが、最近、ケメニイ等の共著

「有限数学入門」[註3]により、応用の現実性に示唆され、ここで取り上げたものである。

マルコフ連鎖とは、次の如き内容を持っている。たとえば、ある実験において、各々の実験の結果、有限個数の可能な結果は有限個数の可能な結果 a_1……a_r の一つであり、任意に与えられた実験において、結果 a_j のあらわれる確率は、それ以前の実験の結果と必らずしも独立でなく、その実験の直前の結果に関係すると仮定する。その前の実験で、結果 a_i が与えられたとすると、与えられた実験で結果 a_i の起る確率を表わす数 p_{ij} が与えられたと仮定する。この場合、推移（又は遷移）確率 p_{ij} と状態 a_1、a_2……a_r が与えられた場合、実験のあらゆる系に関する命題の確率を計算することが出来、この種の過程をマルコフ連鎖過程というのである。[註4]社会現象についてみると、物理学にいうある一次的物質にあたる所得、企業数、人口等が時間 S に、x に至る迄にどのような変動をしていたかに無関係に a_j が定まることであり、コルモゴロフのいう確率的決定の一種である。このマルコフ連鎖過程は現在の状況が定まると、過去と将来が互に確率的に独立であり、過去の状況は、現在の状況を通してのみ将来に影響を与える意味である。[註5]あたかも、人口理論における安定人口と同一の思考過程と考えてよいと思われる。

このマルコフ理法の所得分布への当はめを考えるなら、ある制限条件の下で、充分適用の可能性が認められ得ると思う。ここで取扱わんとする分布研究に関係ある確率的接近の論文に次のものを挙げることが出来る。ソローによる賃銀所得分布の研究、[註6]プライスの社会変動測定、[註7]シャンパーノウンの論文、[註8]ハート、プライスによる企業集中の研究、[註9]エーデルマンの企業分布の研究[註10]などがみられる。

以上の如く、所得分布へのマルコフ連鎖過程の適用を考察すると共に、分布モデルとしてパレート曲線のマル

コフ的解釈の諸問題にも論及した。資料のあてはめによる理論の妥当性の検討は次稿に譲ることとした。

註(1) G.Garvey, Studies in Income and Welth, vol. 15, p. 39.

註(2) W.Feller. Introduction to Probability and Its Application, New York : Wiley, 1950.

註(3) G.Kemeny, L.Snell and G.Thompson, Intoroduction to Finite Mathematics, New York : Prentice. Hall, 1957.（邦訳）矢野健太郎，新らしい数学（共立社版，昭和三十四年）本稿でこの書の引用は邦訳による。

註(4) 矢野訳，同上書一六二頁

註(5) 統計学辞典（東洋経済新報社版）一〇六〜一一〇頁

註(6) R.Solow, Some Long Run Aspect of the Distribution of Wage Incomes, Econometrica, 19 July 1951. pp 333-4.

註(7) S. Prais, Measuring Social Mobility, Journal of the Royal Statistical Society, Series A 118. July 1955. pp 56-66.

註(8) Champernowne, Distribution of Income, Economic Journal. 63 June 1953. pp 318-350.

註(9) P.Hart and S.Prais, The Analysis of Business Concentration : A Statistical Approach, Journal of the Royal Statistical Society. Series A 119, Oct 1956. pp 150-175.

註(10) I.Aedelman, A Stochastic Analysis of the Size Distribution of Firm, Journal of the American Statistical Association, Dec. 1958, pp 893-904.

第二章　均衡的所得分布の理論

所得は租税政策によって常に変動するものであるが，ここに，均衡的所得分布として理念的に落つくと予想される分布型を考える。従ってここでいう均衡とは，ある時期 t_n において確率的に落つくと予想される分布型を

いう。一般にある時期の所得者は常にその所有する所得規模によって、数段階に分類する。この分類の基準が如何なるものであるかは、現実的に重要な問題で、生活水準に依って之を分類するとしても、生活水準なるものが具体的に如何なる差異を示すかの具体的なる分析と理解が必要である。ただ、所得の規模によって考察を進める有利な点は、企業集中測定の際の企業規模を資産にて表示する場合と同様に、種々の生活実体をこみにした意味を有していることで、この解釈に基づけば、妥当性も認められよう。従来、所得規模の分類を累進的にしているのはかかる意味を表わすものと考えている故である。

そこで所得分布の変動を考える場合、分布変動を単純化して考察する。単純化が若し変動の基本的なるものを含んでいる場合は、複雑なモデルより充分利用価値を認める事が考えられる。

仮定として次の点を設定する。規模別所得階層間の分布は確率的変動過程とする。同一の所得階層内では、異れる階層間の変動より同質的とする。更に、経済的諸変数の交互作用の効果は所得変動過程を通じ、関係なきものとする。また変動期間中に働らく諸力は均衡の達せられる迄不変とする。以上の点はマルコフの基本的仮設で、ある時間的推移確率が示される時期が、例えば、完全な一つの景気循環を経過する長さであるなら、以上の仮設は、均衡的分布の近似値を示すことになる。

以上の仮定の下で、ある国民経済内の所得分布の変動は、マルコフ連鎖過程で説明することが出来る。マルコフ推移過程の基本は、正方行列にならべることであり、ある時期の初めの所得分布をあらわすベクトルによる行列を用いることにより、次期の分布を求めることが出来る。之を何期分も繰返して行くと、理論的に想定する分布の均衡状態をあらわすベクトルに到達するのである。

そこで、いま i 規模の階層が、次年に j 階層へ入る確率を p_{ij} とする。例えば、p_{13} は一期に1の規模より3へ行く確率、p_{20} は2の模様より0階層へ行く確率をいう。この記号を用いると、p_{ij} 確率推移は次の行列で示される。すなわち、

$$[p]=\begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \cdots\cdots & p_{0j} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \cdots\cdots & p_{1j} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \\ p_{i0} & p_{i1} & p_{i2} \cdots\cdots & p_{ij} \end{bmatrix}$$

この行列の各成分は正又は0で、各行の合計は1で、各 i に関し、$\sum p_{ij}=1$ とすれば、マルコフ定理により、行列[p]は確率行列である。(註11) この場合、行列[p]は定常マルコフ過程である。この定常マルコフ過程は、かかる行列に関し既に証明された定理を使用して求めたものである。

その一つの定理はマルコフ過程に均衡解の存することどである。(註12) 更にこの均衡は一義的であり、初めの構成から独立であることとである。すなわち、[p]により代表される推移確率の反復によって一義的に均衡状況に近づく如く、所得分所布を生ずる。このとき、上記の仮設の下で、ある所得分布は同じ推移確率が与えられるなら、最後に落着く同一の型を考えることが出来る。もちろん、この結論は単に過去の歴史的な所得から、次期の発展が独立であるという仮設の論理的意味にすぎない。

いま、マルコフ過程における均衡の意味について考察してみよう。ある分布モデルの中の均衡構造は、ある期に一定の階層に入る所得数が、それを出る所数得と等しい分布と定義される。シャンパーノウンのモデル設定(註13)にも、この定義が用いられているが、この場合の考え方は、モデルの単純化のため、ある階層の所得受領者が死亡

すれば次年度には新らしい相続人が之に対応してあらわれ、所得額は時間的に変化しないものとしている。従って均衡所得概念は統計的意味をもち、個々の所得は動態的である。換言すれば、均衡分布とは、所得階層間に移動がないということでなく、均衡の確率的概念は所得が各階層を出入することである。

かかる均衡解は原則として初期分布 a_j に対し、$[p]$ の反復作用によって求めろうる。いま行ベクトルにて記される構造を、

$$a_j^{(n)}=(a_0^{(n)},\ a_1^{(n)}\cdots\cdots a_m^{(n)})$$

とすると、この構造は各階層のある時期の所得比率をあらわし、次期の構造は次の型をとる。

$$a_j^{(n+1)}=a_j^{(n)}[p]$$

之を反復して行ろと

$$\begin{aligned} a^{(n+2)} &= pa^{(n+1)}=p(pa^{(n)})=p^2a^{(n)} \\ a^{(n+3)} &= p^3a^{(n)} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a^{(n+m)} &= a^m a^{(n)} \end{aligned}$$

となる。この式について説明を加えると、いま状態 a_j を確率 $p_j^{(0)}$ で選び出すとする。そして $p_j^{(n)}$ を n 年経過の後の状態 aj にある確率とすると、之は確率の一般方程式を満足する。すなわち、

$$\left\{\begin{aligned} p_1^{(n)} &= p_1^{(n-1)}p_{11}+p_2^{(n-1)}p_{21}+\cdots\cdots\cdots+p_i^{(n-1)}p_{i1} \\ p_2^{(n)} &= p_1^{(n-1)}p_{12}+p_2^{(n-1)}p_{22}+\cdots\cdots\cdots+p_n^{(n-1)}p_{i2} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ p_j^{(n)} &= p^{(n-}{}_1{}^{1)}p_{1j}+p_2^{(n-2)}p_{2j}+\cdots\cdots\ \cdot+p_i^{(n-1)}p_{ij} \end{aligned}\right.$$

この方程式の意味は、まず第一の方程式は n 年ののち状態 a_1 にある確率は $n-1$ 年ののちに生ずるの可能な状態のおのおのにあったものが、n 年目に a_1 に移る確率の和であることを示している。従って

$$(p_j^{(n)})[P]^{n+1}=(p_j^{(n+1)})$$

いま、初期の年 p^{0} とすれば、$p_j^{n}=p^{(0)}\cdot p^{n}$ となる。また $(p_j^{(n)})=p_j^{(n-1)}P$ には一次変換の特質がある。すなわち、ベクトル $p^{(n)}$（(n) は n 乗でない点に注意）はベクトル $p^{(n-1)}$ からこれに行列 P をかけるという一つの変換によって得られる。ベクトル $p^{(n-1)}$ は $p^{(n-2)}$ から同様に変換によって得られる。この計算は簡単な方法によって代用し得る。いま変換 P によってそれ自身に移れる確率ベクトル (p_j) の存することを考え、之がユークリッドの空間の一点と解釈すれば、(p_j) は変換 P の不動点（マルコフ定常過程の基本原理）である。すなわちベクトル p_j を初期の確率ベクトル $p^{(0)}$ としてみると

$$p^{(n)}=p^{(0)}P^{n}=pP^{n}=p_j=p^{(0)}$$

となる。均衡ベクトル t_j に関し、$p_j^{n}=p^{(0)}p^{n}$ におきかえると、

（1）　$(p_j)[P]=(p_j)$

となる。ここで (p_j) は $m+1$ 行列ベクトル、$[P]$ は正方マトリックスなる故、この式は $m+1$ 組の方程式を作り、それから、ベクトル (t_j) の $m+1$ 個の行列を得る。ただ (p_j) は相対分布である故

（2）　$\sum_{j=0}^{m} p_j = 1$

従って未知数 $m+1$ 個に対し $m+2$ 個の方程式となる。しかし方程式(1)のうちのどれか一つはその他の方程

式と一次的従属関係にある故、之等の方程式の一つを除く。かくて、$m+1$ 未知数の $m+1$ 組の一次的独立な方程式を得、そこで均衡構造を推定することが出来る。(註14)

註(11) 矢野訳、前掲書一六二頁、Adelman, op. cit., p. 895.
註(12) 矢野訳、前掲書二〇五～二〇六頁
註(13) D. Champernowne, op. cit., p. 319.
註(14) Adelman, op. cit., p. 896.

第三章　マルコフ的パレート曲線モデル

(1) パレート曲線のマルコフ的意義

マルコフ連鎖過程による均衡的分布の計測への理論的接近は、前章にのべた如くである。この確率的方法を利用して、従来のパレート曲線の経験的なる欠陥よりのがれ、直観的にモデル設計を試みることが考え出されるに至っている。シャンパーノウンのモデル設定は正にこの一つである。

シャンパーノウンは、先に所得分布のパレート曲線の解釈に重大な貢献をなしたが(註15)最近その発展として更に確率的所得分布モデルより、パレート曲線の現実妥当性を発表している。(註16) この論によれば、パレート均衡分布曲線が直線に近似すること、並びに低所得および高所得へのあてはめの可能性、所得分布の年令および職業的層化への効果について、モデル妥当の論証を試みた。この理論的モデルについては、前章のマルコフ過程に関しては一言も触れていないが、論理過程はマルコフ連鎖より類推したものと考えられるので、この確率モデル設定とパ

レート曲線の思考方法について考察を加えてみよう。(註17)

このモデルは単純化してあり、所得階層間の分布の変化を確率過程として考え、更に一所得階層内の数は不変と仮定している。従ってこの仮定により、所得分布のある変化は次のベクトルおよび行列で総括的に記述する。すなわち、$X_i(0)$ で、これは最初の年 Y_0 年の $i=1,2,3,\cdots\cdots$ とした R_i の各階層における所得者数 $X_i(0)$ を示し、$p_{ij}(t)$ は一連の行列であるが、次年 Y_{t+1} 年に R_j 階層へ変換する R_i の所得者の比率を示している。之等の定義によると、連続する年の $x_i(t)$ なる所得分布は

(1) $X_j(t+1)=\sum_{i=0}^{\infty} X_i(t)p_{ij}(t)$

に従ってつくられる。

もし、所得が便宜的に、所得階層 R_0 を最低所得の幅とする大きさの順序に並べると、次の新らしい行列を定義することが出来る。

(2) $p_{i,u}(t)=p'_{i,\ i+u}(t)$

(2)を次の如くかきかえる。

(3) $X_j(t+1)=\sum_{u=-\infty}^{j} X_{j-u}(t)p_{j-u,u}(t)$

$p_{i,u}(t)$ は階層の種々の数により変動する R_t 所得者の Y_t 年の比率を示すことになる。之より現実には年々変動する数は可なり条件づけられているため、所得階層間の上昇下降の比率は殆んど変化がないと規定する。(註18)この場合、高所得と低所得の階層の幅に比例的仮設が妥当である。(2)の仮設は、マルコフ変換理法に基づいている点で、t

は時間的に変化するが、つねに確率一定とする。この仮設は現実に遠いものであるが、$p'_{ij}(t)$ を動かす動態的均衡の本質的問題であり、マルコフ不動点の定理により、一般的条件の下で行列 $p_{ij}(t)$ によりあらわされた同じ所得変化の反復的適用は、$p'_{ij}(t)$ により決定される一義的均衡分布に必然的に接近するある所得分布をつくることになる。従って現実に、$p'_{ij}(t)$ で表わされる変化の反復的演算に対応する所得分布の型が問題である。シャンパーウンは税務署の如き役所の資料にて演算の可能性を示唆しているが、わが国においては慎重な計画の下で行うことが必要であろう。

(2) パレート曲線の単純モデル

パレート曲線は、ある所得額 y_s を超える所得者数を次の関係で示している。

$$\log_{10}F(y_j)=\gamma-\alpha\log_{10}y_j$$

α、γ は定数であるが、前項でのべたマルコフ連鎖よりの類推にて、この関係式を導出することが可能である。シャンパーノウンによる単純モデルは、この一つの方法を示している。(註19) 以下基本的モデルについてみる。

まず、$p_{i,j}(t)$ および $p_{i,j}(t)=p'_{i,i+u}(t)$ について理論的な思考から出発する。いま t および i の各値、またある一定の整数 n について次の二つの仮設を設ける。第一の仮設は、

(4) $p'_{i,i+u}(t)=p_{i,u}(t)=0$ $[u>1$ か $u<-n]$

このことはある年に、一つの所得階級以上または以下に変動しないことを意味する。

(5) $p'_{i,i+u}(t)=p_{i,u}(t)=p_u>0$

$[$但し. $-n\leq n\leq 1$ および $u>-i]$

$$\sum_{j=0}^{\infty} p'_{i,j}(t) = \sum_{u=-i}^{\infty} p_{i,u}(t) = 1$$

(5)より　（6）　$\sum_{u=-n}^{1} p_u = 1$ となる。

第二の仮設は、このプロセスが拡散的でなく、均衡分布へ収斂することとする。いま次の如く記すと

（7）　$g(z) \equiv \sum_{u=-n}^{1} p_u z^{1-u} - z$

以上の仮設に基づき、$p'_{i,i+u}(t) = p_{i,u}(t)$

に対応する均衡分布を決定する。先ず、前項にのべた一義性仮定によれば、ある年の確率行列 $p'_{ij}(t)$ の作用の下で、完全に不変なある分布を求むることが出来る。之はこの分布が年に行列乗数 $p_{ij}(t)$ の反復される作用により、すべての分布に類似の一義的分布でなければならぬことの故である。上記(4)〜(7)の仮設は、解を充分にするため任意に選んだものであるが、若しX_jが望ましい分布であると想定するならば、

$$X_j(t+1) = \sum_{u=-\infty}^{j} X_{j-u}(t) p_{j-u,u}(t)$$

および(4)(5)式により次式を必要とする。

（8）　$X_j = \sum_{-n}^{1} p_u X_{j-u}$　（j はすべて 0 より大）

（9）　$X_0 \equiv \sum_{-n}^{0} q_u X_{-u}$　（$q_u = \sum_{v=-n}^{u} p_v$）

いま(7)で定義した $g(z)$ につき

(10)　$g(z)=\sum_{u=-n}^{1} p_u z^{1-u}-z=0$

なる方程式の1以外の正の実根であるとすれば、

(11)　$X_j=b^j$

これは、⑾式が二つの実根より以上をもたぬことを定める。その理由は1は一つの根であり、$g(0)=p_0>0$, $g'(1)>0$ なる故、他の正の実根は

(12)　$0<b<1$

を満足せねばならない。

ここにおいて⑽の解は、

(13)　$N'=1/(1-b)$

によって与えられる総所得数を意味する。そしてある他の総数 N に一致せしめるため、⑽式を簡単に次の式に修正することが必要である。

(10,a)　$X_j=N(1-b)b^j$

いま、各所得の幅の比例的規模が10^hであり、最低所得は y_{min} とすると、X_j は R_j の階層の中の所得者数である。それより低いところは次の式で与えられる。

(14)　$y_j=10^{jh}\cdot y_{min}$

故に　$\log_{10} y_j=jh+\log_{10}\cdot y_{min}$

(10,a) を用い y_j をこえる所得者数は均衡分布にて次式で与えられることになる。

(15) $F(y_j)=Nb^j$

$\therefore \quad \log_{10}F(y_j)=\log_{10}N+j\log_{10}b$

(16) $\begin{cases} \alpha=\log_{10}b^{-1/h} \\ \gamma=\log_{10}N+\alpha\log y_{\min} \end{cases}$

とすれば、⑭⑮より、

(17) $\log_{10}F(y_i)=\gamma=\alpha\log_{10}y_j$

となり、これはyがy_0, y_1, y_2……に関し、yを超える所得数の対数がyの一次式であることを意味し、正にパレート法則の正確な型を示すものである。

従って、すべての階層の幅が、比例的大きさにした単純仮設では、所得のある初期分布はマルコフ連鎖によりパレート法則に接近する。このことはマルコフ連鎖の特質が一次変換であることと、パレート曲線が一次式によって示されているという性質の妥協に依って関係づけられる故である。

註⒂ Champernowne, The Distribution of Income Between Persons, Econometrica 1937.
Notes on Income Distribution, Eeonometrica 1937.
The Graduation of Income Distribution, Econometrica 1952.

註⒃ Champernowne, A Model of Income Distribution, Economic Journal 1953.

註⒄ Champernowne, op cit., p. 319～327.

註⒅ Champernowne, op cit., p. 320.

註⒆ Champernowne, op cip , 322～327.

第三章 結論

前二章において、簡単に二つの問題を提起した。その一つはマルコフ連鎖による所得分布のある理論的模型であり、他はパレート曲線の演繹的方法によるモデル設定の可能性についてである。

第一のマルコフ連鎖方法を所得分布にあてはめて、ある均衡的模型を作った場合、なる程、仮設的な意味しか認められないと考えるであろう。しかし、一つの均衡型を想定し、現実の之よりの乖離の起った場合、その乖離を引き起す原因を追及する手がかりを与えることともなり、更に、所得分配政策への指針に役立つであろう。最近、この方法を用いて、エーデルマンがアメリカ鉄鋼業における企業集中度にあてはめを行い、次第に分布が集中度の緩和する傾向にある点を指摘している。(註20) マルコフ連鎖の適用は、ある条件が満たされた場合、量的に示しうる経済変量の集合的特性についてすべてあてはまることを示唆している。本稿の如く所得分布にあてはめを行う場合、ある年次の階層に含まれる個々の所得者を、年々追跡しうるか否かが問題である。更に注意すべき点は、年々の階層の幅を、如何なる評価によって比較しうる如く修正するかにある。之等については充分検討せねばならぬと思われる。

第二のパレート曲線に関しては、従来、種々の非現実性が指適されていた。その主なる論点は、パレート法則なるものが、全く一つの経験的法則であり、現実の種々の実体に関し制約をうけねばならぬことである。周知の如く、パレート自身の計算はいづれも、免税点以上の所得統計に基づき、免程点附近の小額所得者、大所得者に当てはまらぬ点が指適されている。この点はわが国においても、既に論究され、種々の研究が試みられている。(註21) しかし。パレート法則が少くとも、所得分布の法則化への契機となった点を認めるなら、直観的な立場より、パレートの所得分曲線に新しいモデル設計が意味を持って来るであろう。シャンパーノウンのモデル設計はこの意

味においてわれわれに新らしい視点を与えたものといえよう。現実の所得分布は恐らくJ字型でなく、二つの裾（高所得と低所得）をもつものであるかもしれず、本稿でのべた単純モデルをシャンパーノウンは年令、職業的なるものに適用させ検証を試み、モデルの適用しない場合についての検討も考慮され、（註22）この方面の研究はなお広い未開の領域が残されていることを知ることが出来る。

註(20) Adelman, op cit., pp 897～903.

註(21) S.Shiomi, Japan's Finance and Taxation 1940～1956. Columbia Univ. Press 1957. pp 143～164.
C.Takahshi, Dynamic Changes of Income anc its Distribution in Japan. (Kinokuniya B.S. 1959)

註(22) Champernoune, op cit., p 324～351.

以上

（本論文は昭和三十四年度文部省科学研究費による研究の一部である）